

УДК 629.78

ДВИЖЕНИЕ СООСНЫХ ТЕЛ ПЕРЕМЕННОГО СОСТАВА НА АКТИВНОМ УЧАСТКЕ СПУСКА

© 2005 г. В. С. Асланов¹, А. В. Дорошин¹, Г. Е. Круглов²

¹Самарский государственный аэрокосмический университет им. С.П. Королева

²Государственный научно-производственный ракетно-космический центр “ЦСКБ-Прогресс”, г. Самара

Поступила в редакцию 26.12.2003 г.

Рассматривается движение космического аппарата с двойным вращением и переменной массой на активном участке траектории спуска. КА состоит из двух соосных тел. Соосная схема используется для гироскопической стабилизации продольной оси аппарата способом частичной закрутки. В работе приведены уравнения пространственного движения соосных тел переменного состава и найдены приближенные решения для углов пространственной ориентации. Получено условие уменьшения амплитуды нутационных колебаний, позволяющее проводить оценку эффективности стабилизации частичной закруткой, а также определены ошибки в величине и направлении вектора тормозной тяги.

1. ВВЕДЕНИЕ

При осуществлении спуска в атмосферу КА выдается тормозной импульс, формируемый тормозной двигательной установкой (ТДУ), который переводит КА с исходной орбиты на орбиту спуска. При выгорании топлива в ТДУ происходит изменение инерционно-массовых параметров КА. Вектор тормозной тяги должен иметь заданные величину и направление в пространстве для обеспечения условий перехода КА на требуемую орбиту спуска. Для этого, как правило, используется гироскопическая стабилизация продольной оси КА, с которой связан вектор тормозной тяги. В качестве одного из способов гироскопической стабилизации предлагается использовать частичную закрутку [1], когда во вращение приводится стабилизирующий блок – тормозная двигательная установка, отделяемая после выработки топлива и уносящая с собой стабилизирующий гироскопический момент, а сам КА (или СК) во вращение не приводится, что позволяет повысить полезную массу КА за счет отказа от использования устройств гашения остаточной угловой скорости.

Система гашения угловой скорости стабилизации малых КА (с массой до 65 кг и размером до 1 м), используемых в отечественных системах дистанционного зондирования земной поверхности (ДЗЗП) и выполненных по схеме единого твердого тела, представляет собой два груза с массами 400 г на разматывающихся тросах массой 50 г, закрепленных на корпусе КА в креплениях, позволяющих выход тросов при полном их разматывании – так называемая система “Yo–Yo” [2]. Переход к соосным КА позволяет повысить, во-первых, полезную массу на 1 кг, что является заметной величиной в сравнении с массой самого

КА ДЗЗП. Во-вторых, отказ или неполноценность в работе “Yo–Yo” может привести к тому, что при наличии кинетического момента стабилизации статически устойчивый КА не сможет выровняться по потоку в атмосфере, что приведет к отказу парашютной системы и, следовательно, к невозвращению КА. Тем самым схема соосного КА представляется более надежной, тем более что в современных КА ДЗЗП сброс ТДУ осуществляется в любом случае, иначе блокируется люк парашютной системы.

Продольная ось КА при наличии возмущений может совершать нутационно-прецессионное движение относительно центра масс. Отклонения продольной оси, а, следовательно, и вектора тяги приводят к переходу на орбиту спуска, отличающуюся от требуемой расчетной орбиты и, в итоге, к увеличению области рассеивания точек посадки (рис. 1).

Ставится задача построения уравнений пространственного движения КА как системы соосных тел переменной массы, получения приближенных решений для параметров пространственной ориентации системы на интервале времени, соответствующем длительности работы ТДУ, а также определения условий, накладываемых на инерционно-массовые параметры, обеспечивающих наименьшие величины нутационных колебаний и ошибок стабилизации.

Приведем основные параметры, относящиеся к рассматриваемой задаче. В качестве исходных орбит КА, с которых осуществляется спуск, можно указать круговые орбиты с высотами 200–300 км или эллиптические орбиты с высотами 300 и 200 км в апогее и перигее, соответственно, и наклонением 65°.

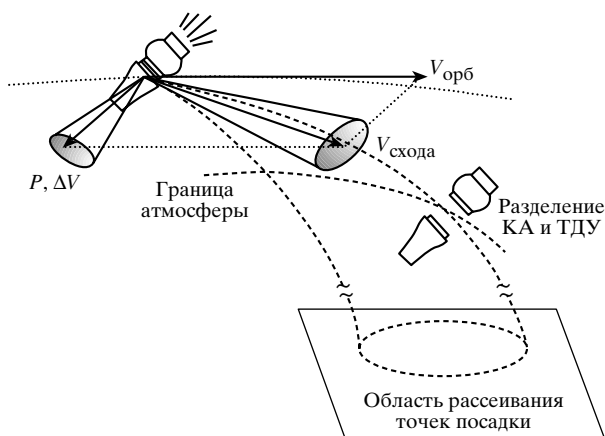


Рис. 1.

Активным участком спуска будем называть короткий отрезок движения КА переменной массы, на котором происходит работа ТДУ и формируется тормозной импульс. Работа ТДУ длится 15–25 секунд, за которые происходит полное выгорание твердотопливных зарядов.

Следует отметить, что в большинстве задач динамики космического полета, связанных с импульсными межорбитальными маневрами, тормозные и разгоняющие импульсы считаются мгновенными, причем их величины и направления считаются заданными [3]. Однако, как было указано выше, в процессе пространственного движения КА может происходить как изменение направления тяги, так и изменение величины импульса, связанное с его “распылением” относительно необходимого направления. В предлагаемой же постановке задачи проводится более тщательное рассмотрение процессов выдачи импульсов на малом, но конечном интервале времени работы ТДУ с учетом пространственного движения КА вокруг центра масс.

2. УРАВНЕНИЯ ДВИЖЕНИЯ СООСНЫХ ТЕЛ

При описании движения систем переменного состава воспользуемся гипотезой “близкодействия” [4, 5], на которой основывается метод И.В. Мещерского. Согласно этой гипотезе отбрасывание частиц происходит только с некоторой части поверхности тела переменной массы, причем частицы, не имеющие относительной скорости по отношению к системе координат, связанной с телом, считаются принадлежащими телу, а частицы, имеющие (получившие) относительную скорость, телу уже не принадлежат и никакого влияния на его движение не оказывают. Реактивные силы и моменты при этом понимаются как результат такого контактного взаимодействия от-

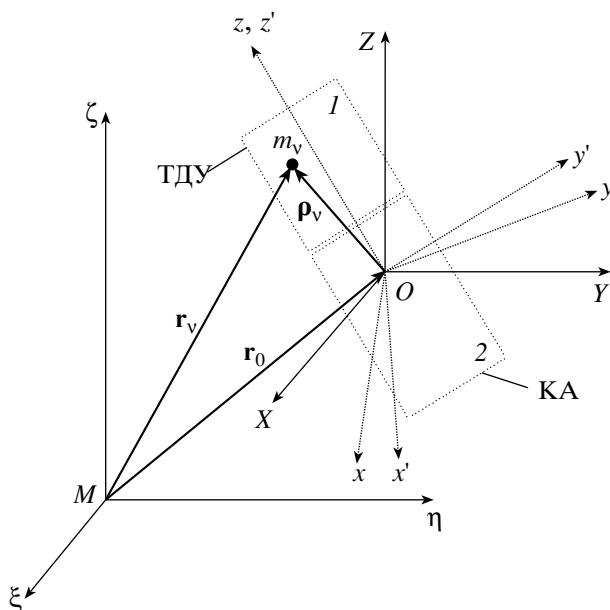


Рис. 2.

брасываемых частиц и тела только в момент их отделения от основного тела.

При выгорании топлива центр масс системы будет перемещаться относительно КА. Уравнения движения будем записывать в системе координат \$Ox_1x_2\$, жестко связанной с КА и имеющей начало в точке \$O\$, совпадающей с начальным положением центра масс системы тел.

Введем следующие системы координат (рис. 2): \$M\xi\eta\zeta\$ – инерциальная система координат; \$OXYZ\$ – подвижная система координат, оси которой остаются коллинеарными осям инерциальной системы во все время движения; \$Ox_1x_2\$ и \$Ox_3x_4\$ – системы координат, связанные соответственно с КА (телом 2) и ТДУ (телом 1), вращающиеся относительно системы \$OXYZ\$.

Запишем выражение теоремы об изменении кинетического момента системы переменной массы [4]:

$$\frac{d\mathbf{K}}{dt} = \mathbf{M}^e + \mathbf{M}^R + \sum_v \mathbf{r}_v \times \frac{dm_v}{dt} \mathbf{v}_v, \quad (2.1)$$

где \$\mathbf{M}^e\$ – главный момент внешних сил; \$\mathbf{M}^R\$ – главный момент реактивных сил; \$\sum_v \mathbf{r}_v \times \frac{dm_v}{dt} \mathbf{v}_v\$ – сумма моментов количеств движений частиц, отброшенных в единицу времени в их переносном движении относительно неподвижной системы координат.

Уравнение (2.1) для системы двух соосных тел можно преобразовать по схеме, предложенной в [4], к виду, определяющему теорему об измене-

нии кинетического момента относительно системы координат $OXYZ$ [6]:

$$\sum_{i=1}^2 \frac{d\mathbf{K}_{i,O}}{dt} - \sum_{i=1}^2 \sum_{v_i} \mathbf{p}_{v_i} \times \frac{dm_{v_i}}{dt} (\boldsymbol{\omega}_i \times \mathbf{p}_{v_i}) = \quad (2.2)$$

$$= \mathbf{M}_O^e + \mathbf{M}_O^R - \mathbf{p}_C \times m\mathbf{w} = O.$$

Здесь \mathbf{p}_C – радиус вектор центра масс всей системы, изменяющийся вследствие переменности массы; $\boldsymbol{\omega}_i, \boldsymbol{\varepsilon}_i$ – абсолютные угловые скорости и ускорения тел i ($i = 1, 2$); $K_{i,O}$ – кинетические моменты тел, вычисленные относительно полюса O ; m – масса всей системы; $\mathbf{M}_O^e = \mathbf{p}_C \times \mathbf{F} + \mathbf{M}_C^e$ – момент внешних сил относительно точки O , записанный через главный вектор внешних сил \mathbf{F} и главный вектор внешних моментов \mathbf{M}_C^e относительно центра масс; \mathbf{w}_O – абсолютное ускорение полюса O : $\mathbf{w}_O = (\mathbf{F} + \boldsymbol{\Phi}^R - \boldsymbol{\varepsilon}_2 \times m\mathbf{p}_C - m\boldsymbol{\omega}_2 \times \boldsymbol{\omega}_2 \times \mathbf{p}_C)/m$, где $\boldsymbol{\Phi}^R$ – главный вектор реактивных сил.

Правую часть соотношения (2.2) можно преобразовать к виду:

$$\mathbf{M}_O^e + \mathbf{M}_O^R - \mathbf{p}_C \times m\mathbf{w}_O =$$

$$= \mathbf{M}_C^e + \mathbf{M}_C^R + \mathbf{p}_C \times (\boldsymbol{\varepsilon}_2 \times m\mathbf{p}_C + m\boldsymbol{\omega}_2 \times \boldsymbol{\omega}_2 \times \mathbf{p}_C).$$

Рассмотрим движение КА только с учетом сил тяготения, отбрасывая другие внешние воздействия. Тогда как для плоского поля тяготения, так и для центрального, с учетом малости размеров КА по сравнению с радиусом орбиты, момент \mathbf{M}_C^e можно положить равным нулю. Пусть тело 1 (ТДУ) является телом переменного состава, тело 2 (КА) – телом постоянного состава. Будем рассматривать процесс симметричного выгорания топлива в ТДУ, когда отброс точек происходит строго в направлении продольной оси без линейных и угловых эксцентриситетов тяги. Тогда динамическая симметрия не нарушается в процессе изменения состава тела 1 и момент \mathbf{M}_C^R реактивных сил относительно центра масс будет отсутствовать.

Запишем угловые скорости и кинетические моменты тел в проекциях на оси своих связанных систем координат:

$$\boldsymbol{\omega}_1 = p\mathbf{i}' + q\mathbf{j}' + r\mathbf{k}'; \quad \boldsymbol{\omega}_2 = p\mathbf{i} + q\mathbf{j} + r\mathbf{k};$$

$$\mathbf{K}_{1,O} = A_1(t)p\mathbf{i}' + A_1(t)q\mathbf{j}' + C_1(t)r\mathbf{k}';$$

$$\mathbf{K}_{2,O} = A_2p\mathbf{i} + A_2q\mathbf{j} + C_2r\mathbf{k},$$

где A_i и C_i – экваториальный и продольный моменты инерции тела i , вычисленные в связанных с телами системах координат Ox_iz и $Ox'y'z'$; $\{\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k}\}, \{\mathbf{i}', \mathbf{j}', \mathbf{k}'\}$ – орты указанных систем.

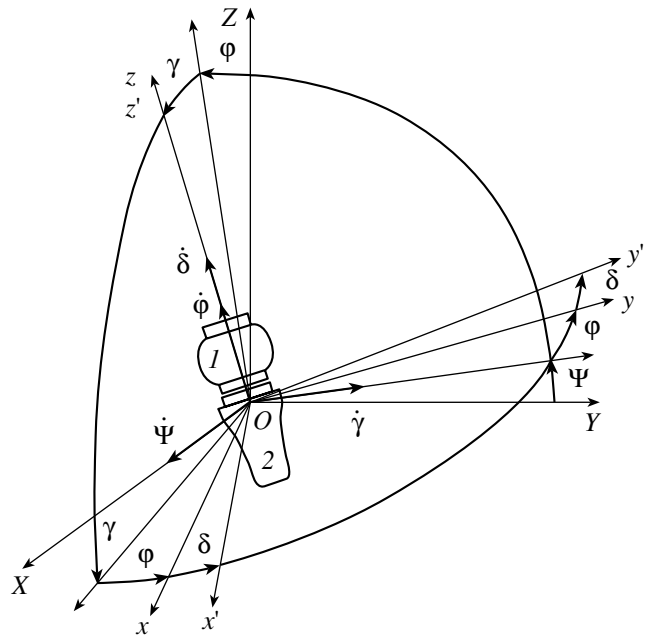


Рис. 3.

Угол и скорость закручивания тела 1 относительно тела 2 в направлении продольной оси Oz обозначим, соответственно, как δ и σ , причем $\sigma = \dot{\delta}$. Параметры пространственной ориентации указаны на рис. 3.

На основе векторного уравнения (2.2) можно записать следующую систему скалярных динамических уравнений движения системы соосных тел [6]:

$$(A(t) - m\rho_C^2(t))\dot{p} + D(t)qr + C_1(t)q\sigma = 0,$$

$$(A(t) - m\rho_C^2(t))\dot{q} - D(t)pr - C_1(t)p\sigma = 0, \quad (2.3)$$

$$C_2\dot{r} + C_1(t)(\dot{r} + \dot{\sigma}) = 0, \quad C_1(t)(\dot{r} + \dot{\sigma}) = M_\delta,$$

где $D(t) = C(t) - A(t)$, $C(t) = C_1(t) + C_2$, $A(t) = A_1(t) + A_2$, а M_δ – момент внутреннего взаимодействия тел (раскручивающий момент двигателя, действие сил трения и пр.).

Кинематические уравнения для углов пространственной ориентации (рис. 3) имеют вид:

$$\dot{\gamma} = p \sin \varphi + q \cos \varphi, \quad \dot{\psi} - \frac{1}{\cos \gamma} (p \cos \varphi - q \sin \varphi),$$

$$\dot{\phi} = r - \frac{\sin \gamma}{\cos \gamma} (p \cos \varphi - q \sin \varphi), \quad \dot{\delta} = \sigma. \quad (2.4)$$

3. ПРИБЛИЖЕННЫЕ РЕШЕНИЯ ДЛЯ УГЛОВ ОРИЕНТАЦИИ КА

При проведении приближенного анализа движения будем считать массу, продольные и поперечные моменты инерции тела 1 (ТДУ) убываю-

щими по линейному закону, что с достаточной точностью выполняется для ракетных двигателей твердого топлива (РДТТ), используемых в качестве ТДУ, с топливными зарядами звездобразного профильного сечения и пакетно-шашечными зарядами в силу равномерности их выгорания. Примем следующие линейные законы изменения инерционно-массовых параметров:

$$\begin{aligned} m(t) &= m_1 + m_2 - vt, \\ A_1(t) &= A_{1,0} - \frac{A_{1,0} - A_{1,k}}{T}t = \alpha(m_1 - vt), \\ C_1(t) &= C_{1,0} - \frac{C_{1,0} - C_{1,k}}{T}t = \beta(m_1 - vt), \end{aligned} \quad (3.1)$$

где m_i – начальная масса тела i ; v – секундный расход массы; $A_{i,0}$, $C_{i,0}$, $A_{1,k}$, $C_{1,k}$ – величины экваториальных и продольных моментов инерции тел, соответствующие началу и концу работы тормозной двигательной установки; T – время работы ТДУ.

Величины α , β в зависимостях (3.1) представляют собой коэффициенты пропорциональности, связывающие величины моментов инерции ТДУ с ее массой в процессе равномерного выгорания топлива внутри объема, например, для цилиндрической формы ТДУ будут справедливы следующие соотношения:

$$\begin{aligned} C_1(t) &= \alpha m_1(t), \quad A_1(t) = \beta m_1(t), \\ \alpha &= \frac{1}{2}R^2, \quad \beta = \left(\frac{H^2}{12} + \frac{R^2}{4} + z_{C_1}^2 \right), \end{aligned}$$

где H , R – высота и радиус ТДУ, z_{C_1} – координата центра масс ТДУ в системе координат $Ox^3y^3z^3$.

Пусть взаимодействие между соосными телами отсутствует, тогда из последних двух уравнений (2.3) следует, что продольные угловые скорости постоянны: $r = r_0$, $\sigma = \sigma_0$.

При равномерном выгорании топлива координаты центров масс z_{C_i} отдельных тел не изменяются, но изменяется координата $z_C = z_C(t)$ центра масс всей системы. Величину $m\rho_C^2(t)$ в уравнениях (2.3) с учетом (3.1) можно представить следующим образом:

$$\begin{aligned} m\rho_C^2(t) &= \frac{[m_2 z_{C_2} + (m_1 - vt)z_{C_1}]^2}{m_1 + m_2 - vt} = \\ &= \frac{a + b(1 - \chi t) + c(1 - \chi t)^2}{\kappa + (1 - \chi t)}, \end{aligned} \quad (3.2)$$

$$\chi = v/m_1, \quad \kappa = m_2/m_1, \quad a = m_1 z_{C_2}^2 \kappa^2,$$

$$b = 2m_1 \kappa z_{C_2} z_{C_1}, \quad c = m_1 z_{C_1}^2.$$

Поскольку в начальный момент времени центр масс системы совпадает с началом систем координат ($z_C(0) = 0$), то выполняются следующие соотношения:

$$\begin{aligned} a + b + c &= \frac{(m_1 + m_2)^2}{m_1} z_C^2(0) = 0, \\ b + 2c &= 2m z_{C_i} z_C(0) = 0. \end{aligned} \quad (3.3)$$

С помощью замены введем новые безразмерные переменные G , F :

$$p(t) = \omega G(t) \sin F(t), \quad q(t) = \omega G(t) \cos F(t), \quad (3.4)$$

где $\omega = (r_0(A_{1,0} + A_2 - C_{1,0} - C_2) - C_{1,0}\sigma_0)/(A_{1,0} + A_2)$ – характерная угловая скорость. Переменная G в формулах (3.4) представляет собой безразмерную поперечную угловую скорость системы тел: $G(t) = (p \sin F + 2q \cos F)/\omega$, а фаза F определяет угол между вектором поперечной угловой скорости и осью Oy .

С помощью замены (3.4) первые два уравнения системы (2.3) записываются в переменных “амплитуда–фаза”:

$$\dot{G} = 0, \quad \dot{F} = \frac{[D_1(1 - \chi t) + D_2](\kappa + (1 - \chi t))}{a_0 + a_1(1 - \chi t) + a_2(1 - \chi t)^2}, \quad (3.5)$$

где $D_1 = m_1(\alpha - \beta)r_0 - \beta m_1 \sigma_0$; $D_2 = (A_2 - C_2)r_0$, $a_0 = A_2 \kappa - a$; $a_1 = A_2 + \alpha m_1 - b$, $a_2 = \alpha m_1 - c$.

Запишем точное решение системы (3.5), для случая когда, например, $a_1^2 - 4a_0a_2 > 0$:

$$\begin{aligned} G &= L_0; \quad F = -\chi^{-1} \left[e_2 \tau + \frac{e_1}{2a_2} \ln |a_2 \tau^2 + a_1 \tau + a_0| + \right. \\ &\quad \left. + \left(e_0 - \frac{a_1 e_1}{2a_2} \right) \ln |f(\tau)| \right], \end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned} e_0 &= a_2^{-1}(\kappa D_2 - a_0 D_1), \\ e_1 &= \kappa D_1 + D_2 - D_1 a_1 / a_2, \quad e_2 = D_1 / a_2, \\ \tau &= 1 - \chi t, \quad f(\tau) = \frac{2a_2 \tau + a_1 - \sqrt{a_1^2 - 4a_0a_2}}{2a_2 \tau + a_1 + \sqrt{a_1^2 - 4a_0a_2}}. \end{aligned}$$

Отметим, что в случае $a_1^2 - 4a_0a_2 \leq 0$, решение может быть записано через обратные тригонометрические и дробно-линейные функции.

Последние точные аналитические решения громоздки и не дают наглядного представления о движении. Так как масса системы убывает, то справедливо следующее условие: $0 \leq \chi t < 1$. Раскладывая точные решения в ряды или, что тоже самое, раскладывая правую часть второго уравнения (3.5) в степенной ряд, равномерно сходящийся по χt на интервале $\chi t \in [0, 1)$, отбрасывая

члены второго порядка малости и выше, с учетом (3.3), после интегрирования получим приближенные решения для переменных “амплитуда–фаза”:

$$G = L_0, \quad F(t) = s_0 + \omega t + \mu t^2. \quad (3.6)$$

где

$$\mu = \frac{1}{2} \left(\frac{(A_{1,0} - A_{1,k})k}{T(A_{1,0} + A_2)^2} - \frac{n}{A_{1,0} + A_2} \right);$$

$$k = (A_{1,0} + A_2)\omega; \quad (3.7)$$

$$n = \frac{1}{T} [(A_{1,0} - A_{1,k})r_0 - (C_{1,0} - C_{1,k})(r_0 + \sigma_0)].$$

Решения (3.6) позволяют с точностью до второго порядка выделить главные характеристики вращательного движения – частоту вращения ω и малую квадратичную поправку к фазе μt^2 .

Согласно (3.4) экваториальные угловые скорости определяются следующими зависимостями:

$$p(t) = \omega L_0 \sin(s_0 + [\omega + \mu t]t),$$

$$q(t) = \omega L_0 \cos(s_0 + [\omega + \mu t]t). \quad (3.8)$$

Соотношения (3.8) обобщают формулы, полученные в [1], [6] в предположении о малости величины конечного относительного смещения центра масс КА, а также в случае постоянства массы ($\mu = 0$).

Пусть тело 1 (ТДУ) быстро вращается, а тело 2 – неподвижно относительно продольной оси ($r_0 = 0$) и модуль поперечной угловой скорости системы мал по сравнению с характерной угловой скоростью ω :

$$\varepsilon = \sqrt{p^2 + q^2}/|\omega| = |G| = |L_0| \ll 1. \quad (3.9)$$

Углы ориентации γ и ψ будем считать малыми ($\gamma = O(\varepsilon)$, $\psi = O(\varepsilon)$). Тогда угол нутации θ (угол между осями OZ и Oz_i) определится следующей приближенной формулой:

$$\theta^2 \cong \gamma^2 + \psi^2. \quad (3.10)$$

Учитывая соотношения (3.8), (3.9) и (3.10), кинематические уравнения (2.5) запишем в виде:

$$\dot{\gamma} = \omega L_0 \sin(F(t) + \varphi), \quad \dot{\psi} = \omega L_0 \cos(F(t) + \varphi),$$

$$\dot{\varphi} = -\gamma \omega L_0 \cos(F(t) + \varphi).$$

В силу принятых допущений величина $\dot{\varphi}$ имеет более высокий порядок малости, чем $\dot{\gamma}$ и $\dot{\psi}$. Поэтому можно считать, что на малом промежутке времени выработки топлива $\varphi = \text{const} = 0$. Тогда для угловых скоростей $\dot{\gamma}$ и $\dot{\psi}$ можно записать:

$$\dot{\gamma} = \omega L_0 \sin F(t), \quad \dot{\psi} = \omega L_0 \cos F(t). \quad (3.11)$$

Существует два возможных случая движения, реализуемых при следующих соотношениях между величинами:

$$1) \text{sign } \omega = \text{sign } \mu, \quad 2) \text{sign } \omega = -\text{sign } \mu. \quad (3.12)$$

Считая для определенности величину частоты ω положительной, для обоих случаев (3.12) с помощью интегралов Френеля можно записать следующие аналитические зависимости для углов ориентации системы (верхние знаки плюс и минус берутся для случая 1, нижние – для случая 2):

$$\gamma(t) = \pm c_{\mp} [S(\lambda(t)) - S(\lambda(0))] +$$

$$+ s_{\mp} [C(\lambda(t)) - C(\lambda(0))] + \gamma_0,$$

$$\psi(t) = c_{\mp} [C(\lambda(t)) - C(\lambda(0))] \mp$$

$$\mp [S(\lambda(t)) - S(\lambda(0))] + \psi_0, \quad (3.13)$$

где

$$c_{\pm} = R \cos\left(s_0 \pm \frac{\omega^2}{4\mu}\right), \quad s_{\pm} = R \sin\left[s_0 \pm \frac{\omega^2}{4\mu}\right],$$

$$\lambda(t) = \sqrt{\frac{2|\mu|}{\pi}} \left(t + \frac{\omega}{2\mu}\right), \quad R = L_0 \sqrt{\frac{\pi}{2|\mu|}},$$

$$C(x) = \int_0^x \cos\left(\frac{\pi}{2}x^2\right) dx,$$

$$S(x) = \int_0^x \sin\left(\frac{\pi}{2}x^2\right) dx - \text{интегралы Френеля.}$$

4. АНАЛИЗ НУТАЦИОННОГО ДВИЖЕНИЯ КА

Как следует из решений (3.13), углы пространственной ориентации зависят от сочетаний начальных условий движения, начальных величин инерционно-массовых параметров системы и их конечных изменений. При осуществлении схода КА с орбиты необходимо уменьшать отклонения вектора тормозной тяги от выбранного направления, что соответствует уменьшению раствора конуса нутации (рис. 1). Найдем условия, накладываемые на параметры КА, при которых величина угла нутации будет уменьшаться в процессе движения системы переменной массы.

При осуществлении стабилизации КА частичной закруткой [1] одно из соосных тел (тело 2) не приводится во вращательное движение вокруг собственной продольной оси, поэтому можно считать, что $r_0 = 0$ и формула (3.7) приобретает вид:

$$\mu = \omega \frac{\Delta_A C_{1,0} + \Delta_C (A_{1,0} + A_2)}{2C_{1,0}(A_{1,0} + A_2)T}, \quad (4.1)$$

где $\Delta_A = A_{1,0} - A_{1,k}$, $\Delta_C = C_{1,0} - C_{1,k}$ – положительные конечные изменения величин моментов инерции тела I (ТДУ).

Для практической задачи торможения малых КА ДЗЗП выполняются условия (3.9), (3.10), а инерционно-массовые параметры КА характеризуются следующими диапазонами изменения в процессе выработки топлива: $m \sim 65\text{--}50$ кг, $A_1 \sim 3\text{--}1$ кг м², $A_2 \sim 3$ кг м², $C_1 \sim 0.4\text{--}0.2$ кг м², $C_2 \sim 0.3$ кг м², причем длительность T процесса торможения не превышает 25 с. Эти величины соответствуют случаю, когда конечные изменения величин экваториального и продольного моментов инерции ТДУ, отнесенные к начальному суммарному экваториальному моменту инерции КА и начальному продольному моменту инерции ТДУ, соответственно, являются малыми, поэтому справедливы следующие условия:

$$\Delta_A/(A_{1,0} + A_2) \ll 1, \quad \Delta_C/C_{1,0} \ll 1. \quad (4.2)$$

Введем мгновенную частоту:

$$\Omega(t) = \dot{F} = \omega + 2\mu t = \omega(1 + \tau(t)),$$

$$\tau(t) = \frac{\Delta_A C_{1,0} - \Delta_C (A_{1,0} + A_2)}{4C_{1,0}(A_{1,0} + A_2)T} t.$$

Наибольшее по модулю значение $\tau(t)$ будет малой величиной:

$$\sup_t |\tau(t)| = \frac{1}{4} \left| \frac{\Delta_A}{(A_{1,0} + A_2)} - \frac{\Delta_C}{C_{1,0}} \right| \ll 1.$$

Для приближенного представления о движении системы воспользуемся приемом, предложенным в [7], и будем рассматривать $\tau(t)$ в качестве параметра, равного среднему значению:

$$\bar{\tau} = \frac{1}{8} \left(\frac{\Delta_A}{(A_{1,0} + A_2)} - \frac{\Delta_C}{C_{1,0}} \right). \quad (4.3)$$

С учетом (4.3) приближенные решения уравнений (3.11) примут вид

$$\gamma(t) \approx -\frac{L_0}{1 + \bar{\tau}} [\cos(\bar{\Omega}t + s_0) - \cos s_0] + \gamma_0;$$

$$\psi(t) \approx \frac{L_0}{1 + \bar{\tau}} [\sin(\bar{\Omega}t + s_0) - \sin s_0] + \psi_0; \quad (4.4)$$

$$\bar{\Omega} = \omega(1 + \bar{\tau}).$$

Из выражений (3.10) и (4.4) следует зависимость угла нутации от времени

$$\theta^2(t) = \frac{2L_0^2}{(1 + \bar{\tau})^2} [1 - \cos(\bar{\Omega}t)] +$$

$$+ \frac{2L_0}{1 + \bar{\tau}} \{ \psi_0 (\sin(\bar{\Omega}t + s_0) - \sin s_0) -$$

$$- \gamma_0 (\cos(\bar{\Omega}t + s_0) - \cos s_0) \} + \theta_0^2,$$

$$\theta_0^2 = \gamma_0^2 + \psi_0^2.$$

Усреднение по быстрой фазе $\zeta = \bar{\Omega}t$ дает следующую приближенную формулу:

$$\langle \theta^2 \rangle = \frac{2L_0^2}{(1 + \bar{\tau})^2} + \frac{2L_0}{1 + \bar{\tau}} d + \theta_0^2, \quad (4.5)$$

где $d = \sqrt{\gamma_0^2 + \psi_0^2} \cos(f + s_0)$, $\cos f = \frac{\gamma_0}{\sqrt{\gamma_0^2 + \psi_0^2}}$, $\sin f =$

$$= \frac{\psi_0}{\sqrt{\gamma_0^2 + \psi_0^2}}.$$

Рассмотрим частный случай, когда $d = 0$, который реализуется при $\gamma_0 = \psi_0$ (тогда $f = \pi/4$) и при $p_0 = q_0$ (тогда $s_0 = \pi/4$), что может быть всегда достигнуто соответствующим выбором систем координат. Тогда из формулы (4.5) следует, что для уменьшения среднего значения угла нутации необходимо увеличивать сумму $1 + \bar{\tau}$, что равносильно следующим условиям:

$$\bar{\tau} > 0, \quad |\bar{\tau}| \rightarrow \sup. \quad (4.6)$$

Характерная частота ω в рассматриваемом случае имеет следующее значение:

$$\omega = -C_{1,0} \sigma_0 / (A_{1,0} + A_2). \quad (4.7)$$

Первое условие (4.6) эквивалентно неравенству:

$$\Delta_A / (A_{1,0} + A_2) > \Delta_C / C_{1,0}. \quad (4.8)$$

Второе условие (4.6) при фиксированной величине скорости относительной закрутки тел σ_0 и, как следствие, при фиксированном значении характерной частоты ω (4.7) сводится к условию увеличения модуля $\bar{\tau}$ и приобретает вид:

$$\Delta_A / (A_{1,0} + A_2) - \Delta_C / C_{1,0} \rightarrow \sup_{\{\Delta_A, \Delta_C\}}. \quad (4.9)$$

Из условий (4.8) и (4.9) следует, что для задачи уменьшения конуса нутации при торможении КА конечные изменения моментов инерции тормозной двигательной установки $\{\Delta_A, \Delta_C\}$ являются важными параметрами. На практике эти величины определяют форму и внутреннее размещение топливных зарядов – твердотопливных пакетов канального горения.

На рис. 4 изображена прямая:

$$\Delta_A = k \Delta_C, \quad k = (A_{1,0} + A_2) / C_{1,0}, \quad (4.10)$$

определяющая границу подмножества, допустимого с точки зрения уменьшения средних величин нутационных колебаний.

На указанном допустимом подмножестве выполняется условие (4.8) и, следовательно, имеет место уменьшение средних значений угла нутации.

Условию (4.9) удовлетворяют точки $\{\Delta_A, \Delta_C\}$, находящиеся выше прямой (4.10) и наиболее удаленные от нее. На рис. 4 приведен набор точек, соответствующий области возможных параметров для КА, которые пронумерованы в соответствии с уменьшением указанного удаления, например, точка 1 имеет наибольшее положительное удаление (т.е. является наилучшей), а точка 4 – наименьшее отрицательное удаление (представляет наихудшее сочетание параметров). Полученные оценки позволяют на практике вырабатывать рекомендации по размещению твердотопливных пакетов в тормозной двигательной установке. Необходимо, чтобы процесс выгорания топлива приводил к таким измерениям моментов инерции, при которых, во-первых, точка параметров $\{\Delta_A, \Delta_C\}$ располагалась выше границы допустимого подмножества и, во-вторых, была наиболее всего удалена от нее, что, например, можно обеспечивать расположением топливных шашек вдоль продольной оси и наиболее близко к ней.

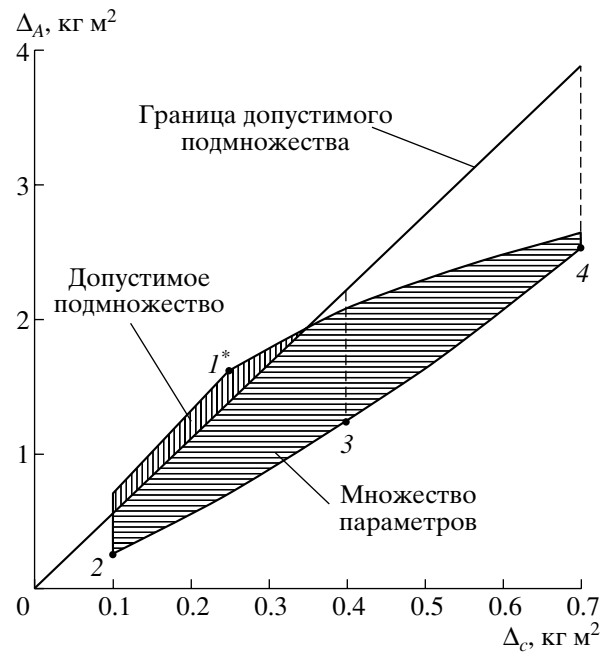


Рис. 4.

5. ТРАЕКТОРНОЕ ДВИЖЕНИЕ ЦЕНТРА МАСС И ОЦЕНКА ЭФФЕКТИВНОСТИ СТАБИЛИЗАЦИИ

Пространственное движение соосных тел характеризует движение продольной оси КА, а, следовательно, направление вектора тормозной тяги. Эффективность стабилизации определяется величиной отклонения конечной скорости центра масс КА на активном участке траектории от его известного номинального значения и определяет в дальнейшем ошибки в начальных условиях перехода на орбиту спуска, входа КА в атмосферу и рассеивание точек посадки. В большинстве задач динамики космического полета тормозные и разгоняющие импульсы считаются мгновенными, а их величины и направления считаются заданными [3]. В настоящей статье целью изучения траекторного движения центра масс на активном участке является анализ процесса формирования тормозного импульса на коротком, но конечном интервале времени с учетом пространственного движения КА, а также определение конечной скорости центра масс КА после выдачи импульса.

За интервал времени, соответствующий длительности работы ТДУ, КА в своем пассивном движении (с выключенной ТДУ) проходит участок исходной орбиты длиной ~150 км, считая, что она круговая и имеет высоту 250 км (полная длина орбиты равна 41599.742 км, скорость движения по орбите $V_{орб} = 7.76$ км/с), причем вектор скорости центра масс КА поворачивается в плоскости орбиты примерно на 1.3° . Эти замечания позволяют с некоторой точностью рассматривать пассив-

ное движение центра масс КА на таком орбитальном участке как равномерное прямолинейное движение. Если с центром масс КА связать начало некоторой системы координат $M\xi\eta\zeta$ с осями, не меняющими направления в абсолютном пространстве, то на указанном орбитальном участке ее можно считать инерциальной, т.е. пренебречь действием поля тяготения. Поэтому в системе координат $M\xi\eta\zeta$ движение центра масс КА на активном участке можно рассматривать как движение только под действием постоянной по величине силы реактивной тяги P . Безусловно, что для более точного описания процессов следует учитывать неинерциальность системы $M\xi\eta\zeta$, проводя, таким образом, учет действия сил тяготения. Такое уточнение не представляет никаких трудностей, тем более что изученное выше пространственное движение КА в рассматриваемом случае от сил тяготения не зависит, и все полученные результаты остаются справедливыми. Однако в этом нет необходимости в рамках решаемой задачи оценки эффективности стабилизации, связанной с выявлением влияния пространственного движения КА на процесс формирования тормозного импульса и траекторное движение центра масс на активном участке. Таким образом, на данном этапе исследований не учитываются гравитационные потери [8] в приращении скорости центра масс, которые могут быть вычислены независимым интегрированием и добавлены как аддитивная величина в общее приращение скорости центра масс.

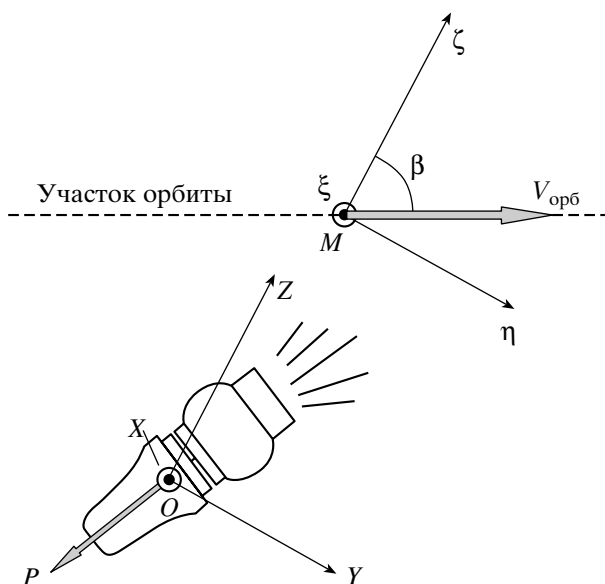


Рис. 5.

Рассмотрим движение центра масс соосных тел на активном участке траектории спуска относительно инерциальной системы координат $M\xi\eta\zeta$, оси $M\zeta$ и $M\eta$ которой лежат в плоскости орбиты, ось $M\xi$ перпендикулярна орбитальной плоскости (рис. 5). Ось $M\zeta$ соответствует расчетному направлению выдачи тормозного импульса, кото-

рый выдается под углом β к направлению движения вдоль орбиты ($\beta \sim 55-45^\circ$).

Постоянной по величине силе реактивной тяги соответствует линейный закон изменения массы:

$$m(t) = m_0(1 - vt), \quad (5.1)$$

где $v = m_0 - m_k/m_0T$.

Запишем уравнения движения центра масс КА в проекциях на оси системы $M\xi\eta\zeta$ с учетом пространственного движения КА в системе $OXYZ$ (рис. 5, 3):

$$\begin{aligned} m(t)\dot{V}_\xi &= -P \sin\gamma, \\ m(t)\dot{V}_\eta &= P \sin\psi \cos\gamma, \\ m(t)\dot{V}_\zeta &= -P \cos\psi \cos\gamma, \end{aligned} \quad (5.2)$$

где $V_\xi = \dot{\xi}$, $V_\eta = \dot{\eta}$, $V_\zeta = \dot{\zeta}$ – компоненты скорости центра масс.

После совместного численного интегрирования систем уравнений (2.3), (2.4) и (5.2) на интервале времени T проводится оценка эффективности системы стабилизации. Для этого, как правило, используется следующий критерий:

$$\Pi_1 = \frac{\sqrt{V_{\xi k}^2 + V_{\eta k}^2}}{|V_k|} \leq \bar{\Pi}_1, \quad (5.3)$$

где $|V_k| = \sqrt{V_{\xi k}^2 + V_{\eta k}^2 + V_{\zeta k}^2}$ – величина конечной скорости центра масс КА после работы ТДУ. Оценка (5.3) характеризует “угловую” ошибку Π_1

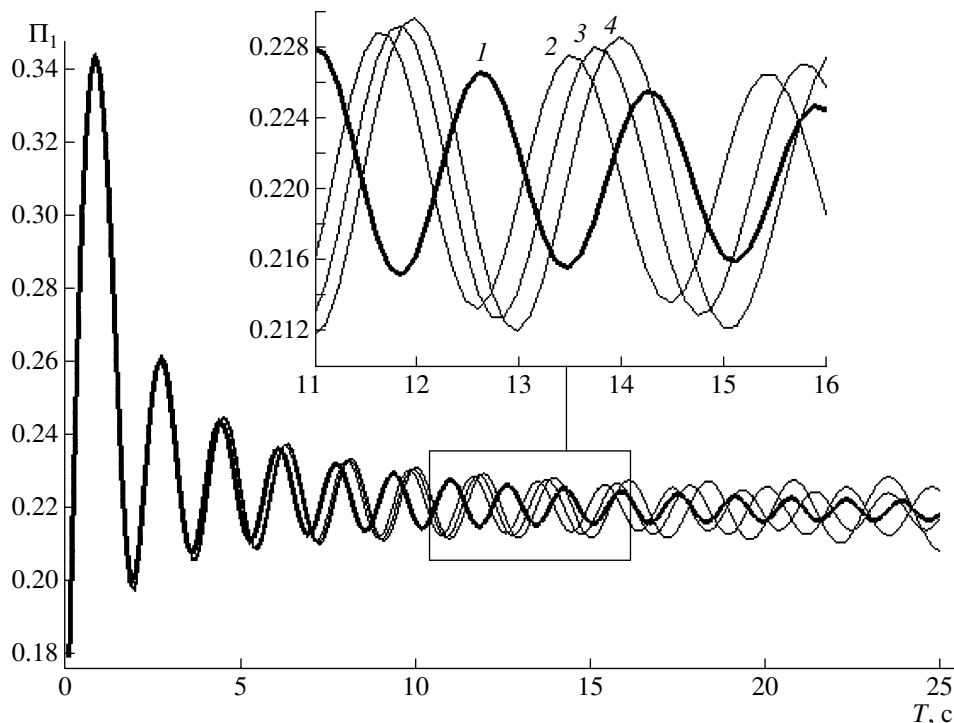


Рис. 6.

в выдаче тормозного импульса, соответствующую отклонению вектора конечной скорости центра масс КА на активном участке от направления оси $M\zeta$, которое считается расчетным направлением вектора конечной скорости центра масс. Допустимые значения ошибок \bar{P}_1 являются заданными величинами.

На рис. 6 представлен график зависимости ошибки \bar{P}_1 от фактической длительности работы ТДУ; цифрами обозначены зависимости, соответствующие точкам из области параметров (рис. 4), а жирной линией выделена зависимость, соответствующая наилучшему сочетанию величин – точка I . Следует отметить, что величина ошибки \bar{P}_1 при $T = 0$ не определена, т.е. в случае, когда ТДУ аварийно не включилась не имеет смысла говорить об эффективности ее работы. Необходимо также отличать расчетную длительность работы ТДУ от фактической длительности ее работы, так как возможны разнообразные нестандартные ситуации, поэтому ошибки \bar{P}_1 находятся именно в зависимости от фактической длительности работы ТДУ. Расчеты проводились при следующих параметрах системы и начальных условиях движения: $A_{1,0} = 2.5 \text{ кг м}^2$, $A_2 = 2.5 \text{ кг м}^2$, $C_{1,0} = 0.9 \text{ кг м}^2$, $C_2 = 0.3 \text{ кг м}^2$, $m_0 = 65 \text{ кг}$, $m_k = 50 \text{ кг}$, $\psi_0 = \gamma_0 = 0.1 \text{ рад}$, $s_0 = 0 \text{ рад}$, $r_0 = 0 \text{ рад/с}$, $\sigma_0 = 20 \text{ рад/с}$, $p_0 = 0 \text{ рад/с}$, $q_0 = 1.1 \text{ рад/с}$, $V_\xi = V_\eta = V_\zeta = 0 \text{ м/с}$, $T = 25 \text{ с}$, $P = 1400 \text{ Н}$.

Как видно из рис. 6 для наилучшей точки при прочих равных инерционно-массовых параметрах и начальных условий движения КА наблюдаются самые малые средние значения “угловой” ошибки, которые уменьшаются с увеличением длительности T . Таким образом, подтверждаются приведенные выше аналитические условия (4.8) и (4.9) минимизации значений углов нутации и, следовательно, ошибок стабилизации направления тормозного импульса. Условия (4.8) и (4.9) определяют форму и внутреннее размещение топлив-

ных зарядов, поэтому должны учитываться при выборе проектных параметров КА.

Следует отметить, что полученные результаты могут быть полезны при анализе углового движения КА других типов, совершающих активные маневры с изменением массы.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (03-01-00151) и программы Президента Российской Федерации по поддержке молодых российских ученых и ведущих научных школ Российской Федерации (МК-2263.2004.8).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Асланов В.С., Дорошин А.В.* Стабилизация спускаемого аппарата частичной закруткой при осуществлении неуправляемого спуска в атмосфере // Космич. исслед. 2002. Т. 40. № 2. С. 193–200.
2. *Асланов В.С., Прошлецов А.И.* Движение космического аппарата с малыми грузами, закрепленными на разматывающихся нитях // Труды ХХХ Чтений, посвященных разработке научного наследия и развитию идей К.Э. Циолковского. М., 1996. С. 59–63.
3. *Охоцимский Д.Е., Сихарулидзе Ю.Г.* Основы механики космического полета. М.: Наука, 1990.
4. *Космодемьянский А.А.* Курс теоретической механики. Часть II. М.: Просвещение, 1966.
5. *Мещерский И.В.* Работы по механике тел переменной массы. Изд. 2. М.: Гостехиздат, 1952.
6. *Асланов В.С., Дорошин А.В., Круглов Г.Е.* Уменьшение ошибок стабилизации соосных тел переменного состава при входе в атмосферу // Вестник Самарского государственного аэрокосмического университета. 2002. № 1. С. 126–134.
7. *Аникеев Г.И.* Нестационарные почти периодические колебания роторов. М.: Наука, 1979.
8. *Сихарулидзе Ю.Г.* Баллистика летательных аппаратов. М.: Наука, 1982.